

INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A IX-A

1. Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx + m^2$, $m \in \mathbb{R}$, fixat.
 - a) Demonstrați că $f(x) \geq \frac{3m^2}{4}$, $(\forall) x \in \mathbb{R}$.
 - b) Determinați valorile parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care vârful corespunzător parabolei asociate acestei funcții are coordonate egale.
2. În trapezul $ABCD$ ($AD \parallel BC$), fie M mijlocul segmentului $[CD]$ și N mijlocul segmentului $[AB]$.
 - a) Demonstrați că $\overline{MN} = -\frac{1}{2} \cdot (\overline{AD} + \overline{BC})$.
 - b) Deduceți că $(MN) \parallel (BC)$.
 - c) Demonstrați că $MN = \frac{1}{2} \cdot (AD + BC)$.
3. Un turist se deplasează pe un aeroport utilizând o bandă rulantă de 300 metri lungime care are viteza de mișcare $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Notăm cu A , respectiv B extremitățile benzii rulante. (A , extremitatea inițială și B extremitate finală). Turistul vrea să stabilească următoarea performanță: să parcurgă traseul de la A la B și înapoi la B , fără oprire, cu o viteză constantă. Știind că acest drum este parcurs în 10 minute și 48 de secunde, să se determine viteza turistului.
4. O firmă dorește să-și dubleze în doi ani producția pentru un anumit produs. Cu câte procente trebuie să crească producția în fiecare an pentru a atinge acest obiectiv ? ($\sqrt{2} \approx 1,4142$).

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015

Profil Filologie / Științe sociale

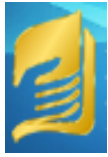


FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A X-A

1. Să se determine funcția $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$, astfel încât:
 - a) $f(1) = 2015$;
 - b) $f(m+n) = f(n) \cdot f(m)$, $(\forall) n, m \in \mathbb{N}^*$.
2. Se dă funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_{15-x}(x+5)$.
 - a) Aflați domeniul maxim de definiție al funcției f .
 - b) Rezolvați ecuația $f(x) = 2$.
 - c) Calculați aria triunghiului format de origine și punctele de intersecție ale graficului funcției f cu axele de coordonate.
3. Se consideră dreptele: $(d_1): x + y = 0$, $(d_2): y = 4x - 10$ și punctul $A(0,5)$. Calculați perimetrul și aria paralelogramului care are un vârf în punctul A , iar (d_1) și (d_2) sunt drepte suport pentru două dintre laturile paralelogramului.
4. Pentru buna desfășurare a olimpiadei de matematică aplicată au fost alocate 7 cabinete și 7 chei distincte, fără a se preciza cheia corespunzătoare pentru nici unul dintre cabinete. Care este numărul maxim de încercări ce trebuie făcute pentru a stabili care cheie corespunde fiecărui cabinet ?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
ȘI MANAGEMENT INDUSTRIAL

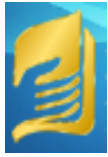
CLASA A XI-A

- Zece prieteni au de realizat un proiect. Pentru a stabili telefonic detaliile proiectului, fiecare trebuie să comunice, obligatoriu, cu fiecare din grup, o dată și numai o dată. Câte convorbiri telefonice au loc?
- La un PetShop sunt 20 de pisici cu ochii albaștri sau verzi și cu blana cu firul scurt sau lung. Se știe că 30% dintre pisici nu au ochii albaștri, iar 60% dintre pisici au blana cu firul scurt. Dintre pisicile cu părul scurt, 50% au ochii albaștri.
 - Există pisici cu ochii verzi și blana cu firul scurt?
 - Aflați câte pisici au ochii albaștri și blana cu firul lung.
- Fie seria statistică:

Vârsta x	$7 \leq x < 14$	$14 \leq x < 24$	$24 \leq x < 34$	$34 \leq x < 44$	$44 \leq x < 54$	$54 \leq x < 80$
Efective	5	17	21	20	17	20
Frecvențe cumulate crescător						

- Completați, în procente, tabelul la rubrica frecvențe cumulate crescător.
 - Construiți poligonul frecvențelor cumulate crescător, care are vârfurile M_1, M_2, \dots, M_6 , unde abscisa reprezintă vârsta, iar ordonata reprezintă frecvența cumulată crescător.
 - Stabiliți clasa mediană și calculați mediana seriei.
- Fie K_n un graf complet neorientat (orice două noduri sunt unite printr-o muchie) cu n noduri.
 - Pentru $n=4$ construiți (**separat**) imaginea pentru fiecare circuit hamiltonian (drum care trece prin fiecare nod al grafului o singură dată, cu excepția extremităților care coincid) din K_4 .
 - Calculați câte circuite hamiltoniene distincte există într-un graf K_n complet neorientat cu n noduri.

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.



INSPECTORATUL ȘCOLAR
JUDEȚEAN IAȘI

CONCURSUL NAȚIONAL
DE MATEMATICĂ APLICATĂ
"ADOLF HAIMOVICI"

ETAPA NAȚIONALĂ
2 mai 2015

Profil Filologie / Științe sociale



FACULTATEA
CONSTRUCȚII DE MAȘINI
SI MANAGEMENT INDUSTRIAL

CLASA A XII-A

- Se consideră mulțimea $\mathcal{M} = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$
 - Demonstrați că dacă $A, B \in \mathcal{M}$, atunci $A + B \in \mathcal{M}$ și $A \cdot B \in \mathcal{M}$
 - Determinați matricea $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$ cu proprietatea ca $\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$
 - Determinați matricea $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$ astfel încât: $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$
- Pe mulțimea $G = (1, \infty)$ se definește legea de compoziție $*$: $G \rightarrow G$, dată de $x * y = xy - x - y + 2$, $(\forall) x, y \in G$
 - Să se demonstreze ca legea este asociativa
 - Să se determine elementele simetrizabile ale mulțimii G în raport cu legea $*$
 - Să se rezolve ecuația $\underbrace{x * x * x * \dots * x}_{2015 \text{ ori}} = 2$
- Un stadion are o capacitate de 900 locuri. La un spectacol s-au vândut toate biletele. Un bilet pentru copii costa 20 lei, pentru elevi 30 lei și pentru adulți 40 lei. Se știe că numărul adulților a fost jumătate din numărul copiilor și elevilor la un loc, iar la spectacol s-au încasat 27000 lei. Determinați numărul de spectatori din fiecare categorie.
- O picătura de apă ia forma unui patrulater $ABCD$ cu $A(2, 3), B(6, 2), C(-3, -3), D(-5, 1)$. Aflați aria acesteia. Dacă picătura ar lua forma unui pătrat, cu aceeași arie, cât ar fi latura pătratului ?

Notă: Timp de lucru 4 ore; Toate subiectele sunt obligatorii; Fiecare subiect este notat cu punctaje de la 0 la 7.